ES:

Supponiamo di avere:

$$f = \sum(m_2, m_5, m_6, m_{11}, m_{12}, m_{14}, m_{15}) + \sum d(m_0, m_3, m_4)$$

1. trovare implicanti primi

Il primo step è trovare tutti i mintermini e i "don't care".

	a b c d	
0	0 0 0 0	(0, DON'T CARE)
1	0 0 1 0	(2, MINTERMINE 2)
	0 1 0 0	(4)
2	0 0 1 1	(3)
	0 1 0 1	(5)
	0 1 1 0	(6)
	1 1 0 0	(12)
3	1 0 1 1	(11)
	1 1 1 0	(14)
4	1 1 1 1	(15)

Per comodità si raffigurano generalmente per NUMERO DI "UNO" all'interno del numero BINARIO.

Il criterio di organizzazione è in base a quanti UNO ci sono nelle cifre.

Quello che dobbiamo fare è raggruppare, ora, per gli slot in cui differiscono per solo $\boxed{1 \text{ BIT}}$. Pertanto confrontiamo fra liste ADIACENTI, poiché ~~non abbiamo differ~~ sono le uniche che fra di loro differiscono di UN BIT. Non avrebbe infatti senso confrontare 0 – 2, poiché differiscono di 2 BIT.

Notiamo quindi che:

→ 1ª ITERAZIONE

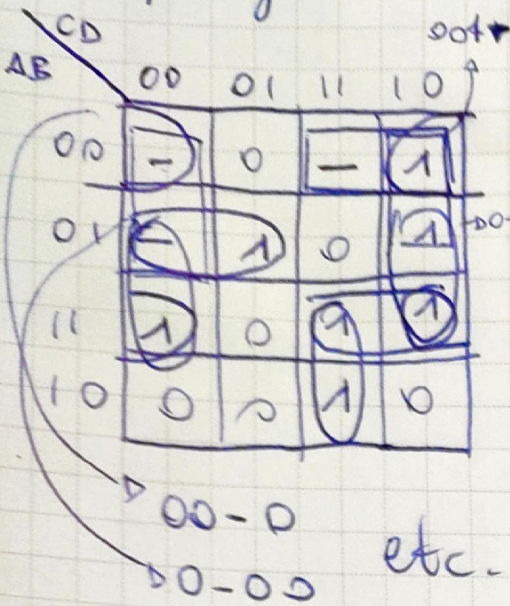
0	0 0 0 0
2	0 0 1 0
4	0 1 0 0
3	0 0 1 1
5	0 1 0 1
6	0 1 1 0
12	1 1 0 0
11	1 0 1 1
14	1 1 1 0
15	1 1 1 1

~~cambia~~

0 0 – 0 (0 – 2) (l'unica cifra che cambia è la 3ª)

0 – 0 0 (0 – 4)

Se infatti guardiamo le mappe di K:



In relazione alle mappe di K, notiamo che, le colonne che andiamo a generare raggruppando le cifre che differiscono di 1 BIT sono COMBINAZIONI DEI VALORI DELLA MAPPA, ciò corrisponde al RAGGRUPPAMENTO SULLA MAPPA DEI VALORI FRA DI LORO.

etc...

Dalle PRIMA ITERAZIONE, formiamo i seguenti gruppi:

~~0 0 - 0 (0-2)~~
~~0 - 0 0 (0-4)~~
~~0 0 1 - (2-3)~~
~~0 - 1 0 (2-6)~~
~~0 1 0 - (4-5)~~
~~- 0 1 1 (3-11)~~
~~- 1 1 0 (6-14)~~
~~1 - 1 1 (11-15)~~
~~1 1 1 - (14-15)~~

0 0 - 0	(0 - 2)
0 - 0 0	(0 - 4)
0 0 1 -	(2 - 3)
0 - 1 0	(2 - 6)
0 1 0 -	(4 - 5)
0 1 - 0	(4 - 6)
- 0 1 1	(3 - 11)
- 1 1 0	(6 - 14)
1 - 1 1	(11 - 15)
1 1 1 -	(14 - 15)

→ ~~...~~ - 1 0 0 (4 - 12)
1 1 - 0 (12 - 14)

POSSIAMO SEMPLIFICARE ULTERIORMENTE

IT. 2

0 0 - 0
0 - 0 0
0 0 1 -
0 - 1 0
0 1 0 -
0 1 - 0
- 1 0 0
- 0 1 1
- 1 1 0
1 1 - 0
1 - 1 1
1 1 1 -

(0-2)	0 0 - 0	•
(0-4)	0 - 0 0	•
(2-3)	0 0 1 -	
(2-6)	0 - 1 0	•
(4-5)	0 1 0 -	
(4-6)	0 1 - 0	••
(4-12)	- 1 0 0	•
(3-11)	- 0 1 1	(3-11)
(6-14)	- 1 1 0	•
(12-14)	1 1 - 0	•
(11-15)	1 - 1 1	
(14-15)	1 1 1 -	

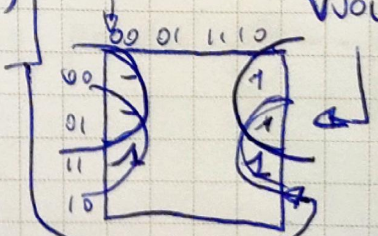
QUI I "-" DEVONO ESSERE ALLINEATI

⟹ $\boxed{\begin{array}{c} 0 - - 0 \\ 0 - - 0 \\ - 1 - 0 \\ - 1 - 0 \end{array}}$

(0 - 2, 4 - 6)
(0 - 4, 2 - 6) } stesso implicante usando 2 comb. diverse.

(4 - 6, 12 - 14)
(4 - 12, 6 - 14)

VUOL DIRE



gli implicanti primi sono tutto ciò che non è stato combinato, ovvero quelli senza • e le combinazioni trovate ⟹

A	B	C	D
0	-	-	0
0	0	1	-
0	1	0	-
-	1	-	0
-	0	1	1
1	-	1	1
1	1	1	-

→ NON POSSO PIÙ SEMPLIFICARE

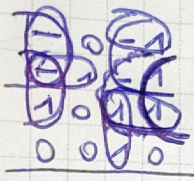
Implicanti PRIMI ⇒

$\bar{A}\,\bar{D}$
$\bar{A}\,\bar{B}\,C$
$\bar{A}\,B\,\bar{C}$
$B\,\bar{D}$
$\bar{B}\,C\,D$
$A\,C\,D$
$A\,B\,C$

Ora dobbiamo porre gli implicanti primi per formare la nostra funzione che è data da:

$$f = \Sigma(m_1, m_5, m_6, m_{11}, m_{12}, m_{14}, m_{15}) + \Sigma d\,(m_0, m_3, m_4)$$

Nella mappa:



Formiamo la TABELLA DEGLI IMPLICANTI, composta da, un lato, i MINTERMINI (sx) e sopra dagli IMPLICANTI PRIMI

	0 - - 0	- 1 - 0	0 0 1 -	0 1 0 -	- 0 1 1	1 - 1 1	1 1 1 -
2) 0 0 1 0	V	X	1				
5) 0 1 0 1	X	*		1			
6) 0 1 1 0	V	V					
11) 1 0 1 1	X	X			1	1	
12) 1 1 0 0	X	V					
14) 1 1 1 0	X	V					1
15) 1 1 1 1	X	X				1	1

↳ In queste tabelle, usiamo gli implicanti come maschere, ovvero verifichiamo che combacino tutte le regole e poi nei posti dove non ci sono –. e.g → $\left.\begin{matrix} 0 - - 0 \\ 0 0 1 0 \end{matrix}\right\}$ COMBACIANO, perché: 0 - - 0
0 0

Questa tabella ci dà le informazioni che ci darebbe una mappa di K con tutti gli implicanti primi cerchiati.
Come ottengo la minimizzazione?
↳ Il primo step consiste nell'eliminare le COLONNE ESSENZIALI; ovvero quelle che contengono ~~una sola copertura (IN QUESTO CASO colonne 3, 4, 2)~~. RIGHE CHE HANNO UNA SINGOLA COPERTURA.
(le righe che hanno una singola copertura sono ad es (IN QUESTO CASO).
• R5, ~~R2~~, R2) e INCLUDERLE NELLA SOLUZIONE.
Andremo dunque eliminate le colonne 2, 4.
In aggiunta alle colonne, dobbiamo eliminare tutte le RIGHE di queste colonne, nelle quali figura I, pertanto:

R2, R3, R5, R6

Proseguiamo la tabella senza questi elementi.
Notiamo che in una mappa di K, questi implicanti essenziali sono!

Gli essenziali:
↳ Sono dunque gli implicanti che non vengono coperti da altri implicanti.

	00	01	11	10
00	X		X	1
01	X	1		1
11	1		1	1
10			1	

$AB\bar{C}$

$B\bar{D}$

Il 2° step di semplificazione consiste nell'eliminare le righe DOMINANTI, ovvero tutte le righe che possiedono gli "UNO" di un'altra riga e altri.

Ad esempio, date le R5 e R6:

1100		1		
1110		1		1

Notiamo come R6 DOMINI R5, poiché contiene gli 1 nelle stesse posizioni di R5 (a colonna 2), e ne contiene altri.

Possiamo dunque rimuovere tutte le righe dominanti, in questo caso solo R6.

Il 3° step consiste nell'eliminare le colonne DOMINATE, ovvero di togliere gli implicanti ridondanti. Per quanto detto prima, C6 DOMINA C5 ⇒

C5	C6
1	1
	1

, quindi possiamo eliminare C5 che è DOMINATA.

Eliminiamo la colonna C5 e basta, perché è l'unica dominata.

In pratica

	0--0	-1-0 ($B\bar{D}$)	001-	010- ($\bar{A}B\bar{C}$)	-011	1-11	111-
0010	1		1				
~~0100~~				1			
0110	1	1					
1011					1	1	
1100		1					
1110		1					1
1111						1	1

E quindi includiamo queste colonne eliminate nella soluzione

$B\bar{D}$, $\bar{A}B\bar{C}$

otteniamo questa tabella.

	0--0	001-	-011	1-11	111-
0010	1	1			
1011			1	1	
1111				1	1

→ NON CI SONO ESSENZIALI

↳ Eliminiamo queste colonne perché dominate dalla 1ª (potevamo elim. anche la 1ª, non cambia).

↳ Eliminiamo le righe e le colonne ~~dominanti~~ DOMINATE

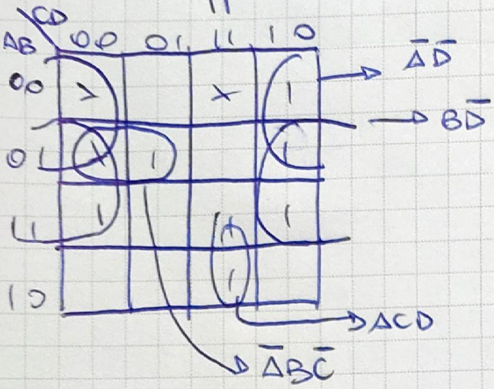
	0--0 ($\bar{A}\bar{D}$)	1-11 (ACD)
⇒ 0010	1	
1011		1
1111		1

→ ORA ABBIAMO COLONNE ESSENZIALI

Abbiamo fatto!

Sol: $\{ B\bar{D}, \bar{A}\bar{D}, \bar{A}B\bar{C}, ACD \}$

Sulle mappa di K, la nostra soluzione è



Notiamo come le anche soluzioni ottenute sono composte dagli implicanti da raggruppati, non vediamo.

Portando la soluzione è data da:

$Z = \bar{A}\bar{D} + B\bar{D} + ACD + \bar{A}B\bar{C}$ (usavamo SP)